

Las matemáticas del calendario

<https://elescritoriodeenrique.wordpress.com>

Enrique Ferres



Bienvenidos al Escritorio de Enrique. En este artículo vamos a inspeccionar algunas curiosidades matemáticas acerca de nuestro calendario que seguro que os van a resultar muy interesantes.

Los planetas giran alrededor del sol. Al tiempo que un planeta tarda en dar una vuelta completa alrededor del sol lo llamamos año. Además, los planetas giran sobre sí mismos. Al tiempo que un planeta tarda en girar sobre sí mismo una vuelta completa lo llamamos día. Aproximadamente, la Tierra tarda 24 horas en girar sobre sí misma. Esa cifra no es exactamente 24 horas, sino 23 horas, 56 minutos, 4.0916 segundos. Si supusiéramos que un día en la Tierra son 24 horas, esta tardaría aproximadamente 365 días en dar una vuelta completa alrededor del sol. Como esa cifra no es exactamente 365 días, cada 4 años nos “inventamos” un nuevo día, el 29 de febrero, y decimos que el año es bisiesto (366 días). Sin embargo, para seguir manteniendo la precisión, los años que terminan en “00”, como el próximo 2100, no son año bisiesto y se sigue como si nada.

Si queréis saber la historia sobre nuestro calendario, llamado calendario gregoriano, visitad este enlace Curiosidades y secretos del Calendario, ¿por qué lo utilizamos? Nosotros vamos a repasar algunas curiosidades matemáticas del calendario que os van a sorprender.

El día de Nochevieja es el mismo que el de Año Nuevo

Parece una locura, pero en el título hay una pequeña trampa. Se refiere a que si el año nuevo empieza en un día de la semana, digamos lunes, entonces el último día del año también es lunes, pero solo si el año no es bisiesto. Veamos por qué.

Si el año no es bisiesto, entonces tiene 365 días. Dicho de otra forma, si contamos los días que pasan desde el 1 de enero de un año hasta el 1 de enero del año siguiente, son 365. Como el año lo podemos dividir en semanas, al hacer la división $\frac{365}{7}$, nos quedará como cociente el número de semanas completas que hay en el año y como resto

el número de días que se quedan sueltos. Recurriendo a nuestra fórmula más querida, $dividendo = divisor \cdot cociente + resto$, 365 es el dividendo y 7 es el divisor, luego $365 = 7 \cdot 52 + 1$. Es decir, en un año no bisiesto hay 52 semanas y 1 día (en un año bisiesto hay 52 semanas y 2 días). Por tanto, si en vez de contar hasta el 1 de enero del año siguiente contamos hasta el 31 de diciembre, habrán pasado exactamente 52 semanas, lo que indica que Año Nuevo y Nochevieja comparten día de la semana.

¿Cuándo volverá a haber un calendario como el de este año?

Esta pregunta es muy interesante, y está relacionada con un objeto muy chulo que se llama calendario perpetuo, del que hablaremos más adelante. Lo primero que vamos a hacer es suponer que estamos en el año 0 y que el 1 de enero ha sido lunes. Para saber cuántos años tienen que pasar hasta que se repita el calendario del año 0 basta con saber si es bisiesto o no y, en caso de que no sea bisiesto, saber cuántos años faltan para que sea bisiesto (vamos a suponer que cada 4 años siempre hay año bisiesto, para simplificar las cosas). Vamos a tener que utilizar lo que hemos visto más arriba de que si en un año bisiesto el 1 de enero cae en, por ejemplo, lunes, el año siguiente caerá en miércoles, mientras que si en un año no bisiesto el 1 de enero cae en lunes, el año siguiente caerá en martes. La clave aquí es que si el año 0 es bisiesto y empieza en lunes hay que buscar el primer año bisiesto que empieza en lunes, porque el resto de días del año estarán en el mismo día de la semana que el año 0. De igual forma, si el año 0 no es bisiesto buscaremos el primer año no bisiesto que comience en lunes. Vamos a considerar varios casos:

1. Si el año 0 es bisiesto. Siguiendo la idea del párrafo anterior, en la siguiente tabla se muestra el día en el que empiezan todos los años posteriores al año 0.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
1 de enero del año 0 (año bisiesto)		1 de enero del año 1	1 de enero del año 2	1 de enero del año 3	1 de enero del año 4 (año bisiesto)	
1 de enero del año 5	1 de enero del año 6	1 de enero del año 7	1 de enero del año 8 (año bisiesto)		1 de enero del año 9	1 de enero del año 10
1 de enero del año 11	1 de enero del año 12 (año bisiesto)		1 de enero del año 13	1 de enero del año 14	1 de enero del año 15	1 de enero del año 16 (año bisiesto)
	1 de enero del año 17	1 de enero del año 18	1 de enero del año 19	1 de enero del año 20 (año bisiesto)		1 de enero del año 21
1 de enero del año 22	1 de enero del año 23	1 de enero del año 24 (año bisiesto)		1 de enero del año 25	1 de enero del año 26	1 de enero del año 27
1 de enero del año 28 (año bisiesto)						

Hemos encontrado el primer año bisiesto que empieza en lunes, el año 28. Esto

significa que pasarán 28 años hasta que se repita ese calendario. Da igual en qué día de la semana haya caído el 1 de enero. Si por ejemplo cayera en jueves, podríamos repetir la tabla cambiando los nombres de las columnas. En vez de

lunes-martes-miércoles-jueves-viernes-sábado-domingo

escribiríamos

jueves-viernes-sábado-domingo-lunes-martes-miércoles

y la tabla quedaría exactamente igual. Luego el calendario de un año bisiesto se repite cada 28 años (no es casualidad que si los años bisiestos son cada 4 años y hay 7 días de la semana, el número de años que tienen que pasar para que se repita el calendario sea el mínimo común múltiplo $mcm(4, 7) = 4 \cdot 7 = 28$). Por ejemplo, este 2020 es año bisiesto. Esto significa que podrás reutilizar el calendario de este año en 2048.

- Si el año 0 no es bisiesto y el año 1 sí. Vamos a seguir la idea anterior.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
1 de enero del año 0	1 de enero del año 1 (año bisiesto)		1 de enero del año 2	1 de enero del año 3	1 de enero del año 4	1 de enero del año 5 (año bisiesto)
	1 de enero del año 6	1 de enero del año 7	1 de enero del año 8	1 de enero del año 9 (año bisiesto)		1 de enero del año 10
1 de enero del año 11						

El primer año no bisiesto que comparte calendario con el año 0 es el año 11. De nuevo, da lo mismo en qué día de la semana empezáramos el año 0. Esto significa que, como el 2019 fue el año anterior a este 2020 bisiesto, podrás reutilizar el calendario en 2030.

- Si el año 0 no es bisiesto y el año 2 sí. Se adjunta tabla.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
1 de enero del año 0	1 de enero del año 2 (año bisiesto)			1 de enero del año 3	1 de enero del año 4	1 de enero del año 5
1 de enero del año 6 (año bisiesto)		1 de enero del año 7	1 de enero del año 8	1 de enero del año 9	1 de enero del año 10 (año bisiesto)	
1 de enero del año 11						

En este caso podrás reutilizar el calendario del año 2018 en el 2029.

4. Si el año 0 no es bisiesto y el año 3 sí es bisiesto. Se adjunta tabla.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
1 de enero del año 0	1 de enero del año 1	1 de enero del año 2	1 de enero del año 3 (año bisiesto)		1 de enero del año 4	1 de enero del año 5
1 de enero del año 6						

Resulta sorprendente que haya años cuyo calendario se repita en menos tiempo que otros, ¿verdad? Pero las matemáticas han hablado, y podrás reutilizar tu calendario de 2017 en 2023. Ahora bien, ya que hemos terminado de analizar cada cuánto se repite un calendario, podemos observar que si el calendario de 2017 se repite en 2023, la siguiente vez que se repetirá el calendario será en 2034, no en 2029, porque 2024 es año bisiesto, y estaríamos en el caso 2.

Un calendario perpetuo es una colección de calendarios (plantilla) que, siguiendo los casos anteriores, se pueden reutilizar todas las veces que se quiera. Propongo como ejercicio al lector que calcule cuántos calendarios distintos se necesitan para pasar la eternidad contando años en ellos.

Ubicarse en el calendario

Si no te gusta mirar el calendario para intentar saber qué día de la semana será dentro de un tiempo, puedes utilizar esta curiosidad: el 4 de abril (04/04), el 6 de junio (06/06), el 8 de agosto (08/08), el 10 de octubre (10/10) y el 12 de diciembre (12/12) ¡caen en el mismo día de la semana! Veámoslo.

Supongamos que el 4 de abril es lunes (de nuevo, el razonamiento será análogo si suponemos que cae en otro día). Desde este día hasta el 6 de junio hay 63 días, y como 63 es múltiplo de 7, si dividimos 63 entre 7 obtenemos como cociente 9 (semanas que hay entre una fecha y otra) y resto 0 (no sobran días). Por tanto, tras 9 semanas exactas, el 6 de junio caerá en el mismo día de la semana, lunes en este caso. Entre el 6 de junio y el 8 de agosto vuelve a haber 63 días, y también ocurre lo mismo entre el resto de fechas mencionadas. Por lo tanto, es muy útil recordar en qué día cae una de estas fechas y utilizarlo para desplazarte por el calendario con esta bonita simetría día/mes. Que no ocurra con el 2 de febrero (el mes par que falta) es debido a que entre el 2 de febrero y el 4 de abril hay 59 días (si no es un año bisiesto) o 60 días (si es un año bisiesto), y ninguna de los dos cifras es un múltiplo de 7, por lo que el día de la semana no coincide (recomiendo mi artículo Congruencias. Las matemáticas de la semana a quien no se lo haya leído, pues podrá utilizar el contenido para poder matematizar más rigurosamente todo lo que se ha explicado en este artículo).

Hasta aquí el artículo de hoy. Espero que os haya gustado. Si es así, dejádmelo en los comentarios y compártidlo con familiares, amigos y vecinos del barrio. ¡Hasta la próxima!